

# Analisa dan Teka-teki Tiga Generasi Neutrino Massif

Agus Purwanto<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>Laboratorium Fisika Teori dan Filsafat Alam (LaFTiFA),  
Jurusan Fisika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember,  
Surabaya 60111

## Intisari

Defisit neutrino dijelaskan melalui osilasi neutrino dua dan tiga generasi. Matrik bauran diambil riil. Data-data neutrino solar dan neutrino atmosferik memperlihatkan adanya hirarki kuat dan dapat dijelaskan oleh osilasi tiga neutrino. Data LSND dengan orde hirarki yang lain tidak tercakup dalam penjelasan osilasi tiga neutrino.  
© 2005 Jurusan Fisika FMIPA ITS

KATA KUNCI: osilasi neutrino, hirarki, dan matrik bauran

## I. PENDAHULUAN

Massa neutrino mejadi isu sentral di dalam fisika partikel, karena neutrino tidak bermassa di dalam model standard (MS), dan di kosmologi karena peninggalan (relic) neutrino jika ia bermassa akan mempunyai efek serius terhadap jagad raya. Salah satu sumber neutrino adalah matahari. Meskipun model surya standard (MSS) yang berbasis fusi nuklir berhasil menjelaskan banyak sifat matahari, prediksinya terhadap fluks neutrino matahari tidak sesuai dengan hasil pengamatan.

Eksperimen chlor Homestake [1], detektor Cherenkov air Kamiokande [2], Super-Kamiokande [3], eksperimen Ga SAGE [4] dan GALLEX [5] kesemuanya mengukur laju deteksi neutrino di bawah prediksi MSS. Dari data-data tersebut juga hasil lain yakni dari neutrino atmosferik [6] cukup alasan untuk menganggap bahwa defisit neutrino disebabkan oleh osilasi neutrino.

Di dalam makalah ini yakni bagian 2 diuraikan osilasi dua generasi bagi defisit neutrino. Bagian 3 membahas osilasi tiga generasi dengan adanya hirarki massa, bagian 4 diulas osilasi empat neutrino dan bagian 5 kesimpulan.

## II. OSILASI DUA GENERASI

Neutrino matahari dideteksi melalui interaksi

$$\nu_e + e \rightarrow \nu_e + e$$

Ada dua kontribusi bagi interaksi atau hamburan elastik tersebut dengan diagram Feynman Gambar 1 dan Gambar 2

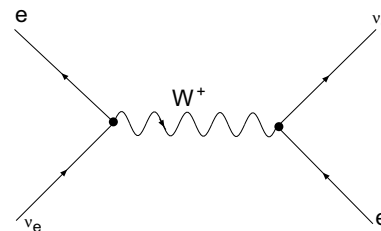
Jika neutrino matahari berosilasi ke dalam  $\nu_{\mu,\tau}$  maka neutrino ini terdeteksi melalui interaksi  $\nu_{\mu,\tau} + e \rightarrow \nu_{\mu,\tau} + e$ . Penampang hambur total interaksi-interaksi di atas adalah

$$\sigma(\nu_e e \rightarrow \nu_e e) = 0,920 \times 10^{-43} \left( \frac{E_\nu}{10 \text{ MeV}} \right) \text{ cm}^2$$

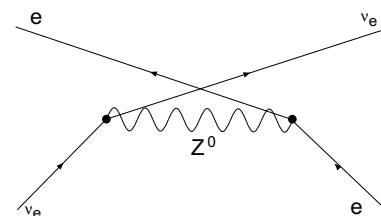
$$\sigma(\nu_x e \rightarrow \nu_x e) = 0,157 \times 10^{-43} \left( \frac{E_\nu}{10 \text{ MeV}} \right) \text{ cm}^2$$

dengan  $x = \mu, \tau$ .

Osilasi neutrino memberi penjelasan mengapa neutrino mengalami defisit yakni perbandingan antara data dan



Gambar 1: Hamburan  $\nu_e e$  via  $W^+$



Gambar 2: Hamburan  $\nu_e e$  via  $Z^0$

\*E-MAIL: [purwanto@physics.its.ac.id](mailto:purwanto@physics.its.ac.id);  
[purwanto\\_phys@yahoo.com](mailto:purwanto_phys@yahoo.com)

prediksi MSS bernilai sekitar sepertiga. Misalkan kita hanya mempunyai dua neutrino yakni neutrino elektron dan neutrino muon dengan fungsi gelombang *flavor*  $\nu_e$  dan  $\nu_\mu$ . Kita dapat membangun keadaan eigen massa, misalkan  $\nu_1$  dan  $\nu_2$  dari Hamiltonian sistem melalui kombinasi linier  $\nu_e$  dan  $\nu_\mu$

$$\begin{aligned}\nu_1 &= \cos \theta \nu_e - \sin \theta \nu_\mu \\ \nu_2 &= \sin \theta \nu_e + \cos \theta \nu_\mu\end{aligned}\quad (1)$$

Semua fungsi gelombang ternormalisasi. Inversi dari pers.(1)

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \\ &= U(\theta) \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (2)$$

Kita asumsikan bahwa satu neutrino elektron tercipta dengan momentum tertentu  $\mathbf{p}$  di titik  $\mathbf{x}$  pada waktu  $t = 0$ . Fungsi eigen berevolusi terhadap waktu menurut

$$\nu_i(\mathbf{x}, t) = \nu_i(0) e^{-i(E_i - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x})} \quad (3)$$

dengan  $E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2}$  dan  $m_i$  adalah massa keadaan eigen massa  $\nu_i$ . Pers.(3), (2) dan (1) memberikan hubungan keadaan neutrino di saat awal tercipta dan evolusinya dalam rentang waktu  $t$

$$\begin{aligned}\nu_\ell(\mathbf{x}, t) &= \sum_{i=1}^2 U(\theta)_{\ell i} \nu_i(\mathbf{x}, t) \\ &= \sum_{i=1}^2 \sum_{\ell'} U(\theta)_{\ell i} e^{-i(E_i t - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x})} U_{i\ell'}^{-1} \nu_{\ell'}(0)\end{aligned}\quad (4)$$

Sesuai asumsi MSS hanya neutrino elektron murni tercipta pada sumber yakni matahari,  $\nu_e(0) = 1$  dan  $\nu_\mu(0) = 0$ . Karena itu, amplitudo transisi  $\nu_e \rightarrow \nu_e$  dan  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  masing-masing berbentuk

$$\begin{aligned}\nu_e(\mathbf{x}, t) &= (\cos^2 \theta e^{-iE_1 t} + \sin^2 \theta e^{-iE_2 t}) e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}} \\ \nu_\mu(\mathbf{x}, t) &= \sin \theta \cos \theta (e^{-iE_2 t} - e^{-iE_1 t}) e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}}\end{aligned}\quad (5)$$

Dengan asumsi massa  $m_1$  dan  $m_2$  sangat kecil dibanding  $p$  maka  $E_i \approx p + \frac{m_i^2}{2p}$  sehingga

$$E_2 - E_1 \approx \frac{m_2^2 - m_1^2}{2E} \quad (6)$$

yang mana  $E \approx p \approx E_1 \approx E_2$ . Karena massa neutrino kecil sekali dan mendekati nol asumsikan bahwa neutrino

bergerak mendekati laju cahaya,  $c = 1$ . Karena itu  $x = t$  yang mana  $x$  adalah jarak antara sumber neutrino dan detektor. Maka kita dapatkan probabilitas (bertahan) hidup (survival probability)

$$|\nu_e(\mathbf{x}, x)|^2 \approx 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{21}^2 x}{4E} \right) \quad (7)$$

dengan  $\Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2$ . Kita dapatkan pula  $|\nu_e(\mathbf{x}, x)|^2 + |\nu_\mu(\mathbf{x}, x)|^2 = 1$  yang sesuai dengan ortonormalitas. Tampak bahwa probabilitas neutrino dapat berkurang akibat faktor sudut bauran (mixing angle)  $\theta$  dan selisih dua massa  $\Delta m_{21}^2$ . Dengan demikian osilasi neutrino mensyaratkan sedikitnya satu massa neutrino tak nol atau nondegenerasi massa.

Pengamatan neutrino surya [7] mengusulkan osilasi neutrino dan analisa data [8] memberikan bahwa sudut bauran besar (large mixing angle, LMA) dan massa bagi solusi (Mikheyev-Smirnov-Wolfstein) MSW

$$\Delta m_{\odot}^2 \approx 2 \times 10^{-5} eV^2, \quad \sin^2 2\theta \approx 0,8 \quad (8)$$

sedangkan solusi massa kecil memberikan

$$\Delta m_{\odot}^2 \approx 2 \times 10^{-7} eV^2, \quad \sin^2 2\theta \approx 1,0 \quad (9)$$

### III. OSILASI TIGA GENERASI

#### A. Osilasi

SM, dari peluruhan boson  $Z^0$ , menyatakan terdapat tiga spesies neutrino takbermassa di alam. Karena itu, analisa lengkap harus melibatkan ketiga neutrino tersebut.

Keadaan eigen flavor dihubungkan dengan keadaan eigen massa oleh matriks bauran Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS)[9],  $U$

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} &= U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \\ &\equiv \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (10)$$

Matriks PMNS diparameterisasi [10]  $U = V_{23} V_{13} V_{12}$  dengan  $V_{ij}$  adalah matriks  $3 \times 3$  yang membaurkan keadaan eigen neutrino ke- $i$ ,  $\nu_i$ , dan neutrino ke- $j$ ,  $\nu_j$ . Bentuk eksplisit matriks PMNS adalah

$$\begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (11)$$

yang mana  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ ,  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ . Keadaan eigen pada waktu  $t$  terkait dengan keadaan awal menurut pers.(4) dengan indeks diperluas  $i = 1, 2, 3$  dan  $\ell, \ell' = e, \mu, \tau$ . Probabilitas hidup setelah bergerak sejauh  $x$  dari sumber,  $P(\nu_\ell \rightarrow \nu_{\ell'}, x) \equiv P(\nu_\ell \nu_{\ell'})$

$$P(\nu_\ell \nu_\ell) = 1 - 2 \sum_{i \neq j} U_{\ell i}^2 U_{\ell j}^2 \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{ij}^2}{4E} x \right) \quad (12)$$

Sedangkan probabilitas transisi  $P(\nu_\ell \nu_{\ell'})$

$$P(\nu_\ell \nu_{\ell'}) = \sum_i U_{\ell i}^2 U_{\ell' i}^2 + \sum_{i \neq j} U_{\ell i} U_{\ell j} U_{\ell' i} U_{\ell' j} \cos \left( \frac{\Delta m_{ij}^2}{2E} x \right) \quad (13)$$

### B. Hirarki Massa

Analisa dua generasi neutrino atmosferik  $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$  data SuperKamiokande 1289 hari [11] memberikan daerah parameter osilasi

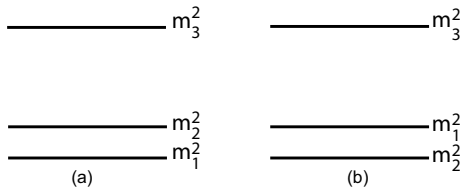
$$0,88 < \sin^2 2\theta_{atm} \leq 1 \\ 1,6 \times 10^{-3} eV^2 < m_{atm}^2 < 4 \times 10^{-3} eV^2 \quad (14)$$

Bila parameter (8) dan (14) diambil sebagai

$$\Delta m_\odot^2 = \Delta m_{21}^2 \\ \Delta m_{atm}^2 = \Delta m_{32}^2 \quad (15)$$

maka didapatkan

$$\frac{|\Delta m_{21}^2|}{|\Delta m_{32}^2|} \ll 1 \quad (16)$$



Gambar 3:  $m_3^2 > m_1^2, m_2^2$

Hasil ini memperlihatkan adanya hirarki  $|\Delta m_{21}^2| \ll |\Delta m_{32}^2|$  dan empat kemungkinan hirarki nilai absolut setiap massa kuadrat diberikan oleh Gambar 3 dan Gambar 4

Bagan hirarki massa tersebut memberikan  $|\Delta m_{32}^2| \approx |\Delta m_{31}^2|$ . Asumsi  $|\Delta m_{32}^2| < |\Delta m_{31}^2|$  memberikan hirarki lengkap

$$|\Delta m_{21}^2| \ll |\Delta m_{32}^2| < |\Delta m_{31}^2| \quad (17)$$

Kondisi ini sekarang hanya dipenuhi oleh dua hirarki yaitu Gambar 3a dan Gambar 4b.

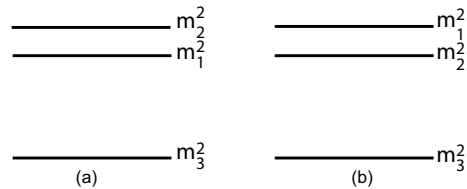
Data dari eksperimen reaktor CHOOZ [12] dengan energi rerata beberapa MeV dan jarak antara reaktor dan detektor  $x = L \approx 1 km$  kita gunakan untuk menentukan probabilitas hidup antineutrino elektron  $\bar{\nu}_e$ . Rasio antara pengukuran dan nilai yang diharapkan adalah

$$R = 1,01 \pm 2,8^\circ / o(stat.) \pm 2,7^\circ / o(syst). \quad (18)$$

Probabilitas hidup antineutrino elektron dari pers.(12) dan (11) berbentuk

$$P(\bar{\nu}_e \bar{\nu}_e) = 1 - \cos^4 \theta_{13} \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) \\ - \sin^2 2\theta_{13} \left[ \cos^2 \theta_{12} \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \right) \right. \\ \left. + \sin^2 \theta_{12} \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} \right) \right] \\ \approx 1 - \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} \right) \quad (19)$$

yang menyerupai probabilitas osilasi neutrino dua generasi (7). Data (18) mengijinkan  $\theta_{13} \approx 0$  atau  $\theta_{13} \approx \pi/2$ . Tetapi untuk menjelaskan neutrino matahari  $\sin \theta_{13}$  tidak dapat mempunyai nilai besar.



Gambar 4:  $m_3^2 < m_1^2, m_2^2$

Identifikasi sudut baur

$$\begin{aligned}\theta_{\odot} &= \theta_{12} \\ \theta_{atm} &= \theta_{23} \\ \theta_{reaktor} &= \theta_{13}\end{aligned}\quad (20)$$

Nilai  $\sin \theta_{13} = \epsilon \ll 1$  dan harga maksimal (14) yakni  $\sin^2 2\theta_{atm} = 1$  membuat matriks baur PMNS menjadi

$$U = \begin{pmatrix} c_{\odot} & s_{\odot} & \epsilon \\ -s_{\odot}/\sqrt{2} & c_{\odot}/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ s_{\odot}/\sqrt{2} & -c_{\odot}/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (21)$$

Pengambilan sudut maksimal bagi neutrino matahari (9)  $\theta_{\odot} \approx \pi/4$  memberikan

$$U = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & \epsilon \\ -1/2 & 1/2 & 1/\sqrt{2} \\ 1/2 & -1/2 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (22)$$

yakni matriks bauran bimaksimal.

#### IV. OSILASI EMPAT GENERASI

Analisa di depan telah mengabaikan hasil pengamatan Liquid Scintillator Neutrino Detector (LSND) di Los Alamos [13]. Interpretasi osilasi atas hasil LSND menghasilkan  $\Delta m_{LSND}^2 \approx O(1)eV^2$ . Tampak bahwa hasil neutrino surya, atmosferik dan LSND memperlihatkan adanya hirarki yang kuat. Karena itu, bila ketiganya diinterpretasi sebagai osilasi maka diperlukan sedikitnya empat generasi neutrino. Misalkan, terdapat neutrino keempat yakni neutrino steril  $\nu_s$  yang tidak berinteraksi lemah karena MS membatasi tiga neutrino. Dengan demikian matriks bauran PMNS

$$U = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} & U_{e4} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} & U_{\mu 4} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} & U_{\tau 4} \\ U_{s1} & U_{s2} & U_{s3} & U_{s4} \end{pmatrix} \quad (23)$$

Bila bagan massa Gambar.3 dan Gambar.4 dikatakan berpola 2-1 maka analisa empat neutrino dapat dilakukan

dengan dua pola yaitu pola 2-2 dan pola 3-1. Namun data kolaborasi SNO [14] menerima tiga neutrino aktif dan menolak neutrino steril  $\nu_s$ .

#### V. DISKUSI DAN KESIMPULAN

Defisit neutrino yaitu rasio antara nilai hasil pengamatan dan nilai perkiraan kurang dari satu dapat diterangkan dengan osilasi neutrino. Osilasi neutrino mensyaratkan massa tak nol dan nondegenerasi massa. Osilasi tiga neutrino dengan asumsi hirarki kuat dapat menjelaskan hasil neutrino matahari dan neutrino atmosferik. Hirarki kuat juga dapat mereduksi osilasi tiga generasi ke dalam dua generasi.

Berbeda dari neutrino matahari dan atmosferik yang mendapat dukungan banyak eksperimen, neutrino reaktor LSND belum mendapat konfirmasi eksperimen lainnya. Bila hasil LSND ini harus dilibatkan maka penjelasannya memerlukan sedikitnya empat neutrino, tiga neutrino aktif dan satu neutrino steril yang tidak berinteraksi lemah. Sayangnya, neutrino steril ini tidak difavoritkan oleh data eksperimen SNO. Dengan demikian, penjelasan osilasi neutrino belum menjelaskan hasil eksperimen secara keseluruhan diperlukan kerangka teori lain atau data lebih lanjut khususnya dari eksperimen baseline panjang yang dapat melengkapi atau bahkan mengoreksi data terdahulu.

Pada pembahasan ini sudut fasa matriks bauran diabaikan. Sudut fasa ini dapat menjadi sumber informasi bagi terjadinya alam semesta taksimetri saat ini, sebagai contoh [15].

#### Ucapan Terima Kasih

Penulis sampaikan terimakasih kepada Anwarri Fundamental Science Foundation (AFSF) yang mendukung penelitian ini.

- 
- [1] B.T. Cleveland *dkk.*, *Astrophys J.* **496**, 505(1998).  
 [2] Y. Fukuda *dkk.*, *Phys.Rev.Lett.* **77**, 1683(1996).  
 [3] Y. Fukuda *dkk.*, *Phys.Rev.Lett.* **81**, 1158(1998).  
 [4] J.N.Abdurashitov *dkk.*, *Phys.Lett.* **B328**, (1994) 234;  
 J.N.Abdurashitov *dkk.*, *Phys.Rev.Lett.* **77**, (1996) 4708;  
 J.N.Abdurashitov *dkk.*, *Phys.Lett.* **C60**, 2246(1999).  
 [5] W.Hampel *dkk.* *Phys.Lett.* **B447**, 127(1999).  
 [6] Y. Fukuda *dkk.*, *Phys.Rev.Lett.* **81**, 1562(1998).  
 [7] J.N.Bahcall, M.H. Pinsonneault and S.Basu, *Astrophys J.*

- 555**, 990(2001).  
 [8] J.N.Bahcall, M.C. Gonzalez-Garcia and C.Pena-Garay, *JHEP* **0108**, 014(2001).  
 [9] B. Pontecorvo, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **33** 549 (1957); Z. Maki, M. Nakagawa, and S. Sakata, *Prog. Theor. Phys.* **28**, 870 (1962).  
 [10] Particle Data Group, D.E.Groom *dkk.*, *Eur.Phys.J.* **C15**,1(2000).  
 [11] T.Toshito *dkk.*, *hep-ex/0105023*.

- [12] M.Appolonio *dkk*. [CHOOZ Collab.], Phys.Lett. **B466**,415(1999).
- [13] G.B.Mills *dkk*. [LSND Collab.], Nucl.Phys. Proc.Suppl. **91**,198(2001).
- [14] Q.R.Ahmad *dkk* [SNO Collab.], Phys.Rev.Lett. **87**, (2001) 071301; Phys.Rev.Lett. **89**, 011301(2002); S.Ahmed, *dkk*, arXiv:nucl-ex/0309004.
- [15] T. Endoh, T. Morozumi, T. Onogi, and A. Purwanto, Phys. Rev. **D64**, (2001)013006; T. Endoh, T. Morozumi, and A. Purwanto, Nucl.Phys.Proc.Suppl. **B111**, 299(2001).